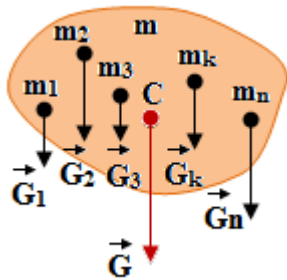


CENTRUL DE GREUTATE

Orice corp poate fi considerat ca fiind alcătuit dintr-un număr foarte mare de particule mici, de mase: $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$, având greutatea $\vec{G}_1, \vec{G}_2, \vec{G}_3, \dots, \vec{G}_n$

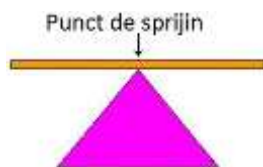
Rezultanta tuturor acestor forțe este **forța de greutate** a corpului, sau **greutatea corpului**, iar punctul ei de aplicație este **centrul de greutate**



$$\vec{G} = \vec{G}_1 + \vec{G}_1 + \vec{G}_2 + \dots + \vec{G}_n$$

Centrul de greutate, al unui corp, este un punct fix în raport cu celelalte puncte ale corpului, prin care trece linia de acțiune a greutății corpului, indiferent de orientarea și locul în care se află corpul.

Un corp suspendat este în echilibru dacă centrul sau de greutate C și punctul de susținere sunt pe aceeași verticală



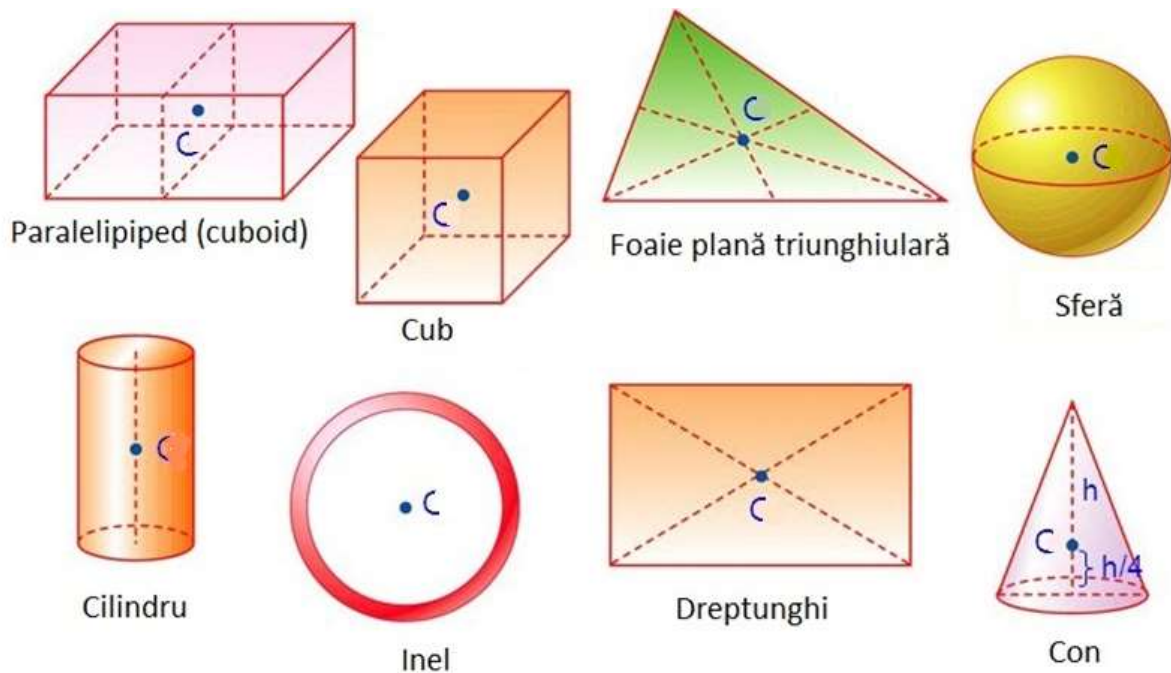
Un corp sprijinit în centrul de greutate este în echilibru

OBSERVAȚIE: Centrul de masă este o noțiune mai generală decât centrul de greutate, deoarece se poate determina independent de acțiunea forțelor gravitaționale (în spațiul cosmic, de exemplu, unde forțele gravitaționale pot fi neglijabile) Centrul de greutate coincide cu centrul de masă în câmp gravitațional uniform

CENTRUL DE GREUTATE AL UNUI CORP OMOGEN SIMETRIC

În general, dacă un corp omogen

- are un **centru de simetrie**, centrul de greutate se află în acel centru de simetrie
- are o **axă de simetrie**, centrul de greutate se află pe axa de simetrie
- are mai multe **axe de simetrie**, centrul de greutate se va afla la intersecția acestor axe.
- are un **plan de simetrie**, centrul de greutate se află în acel plan de simetrie



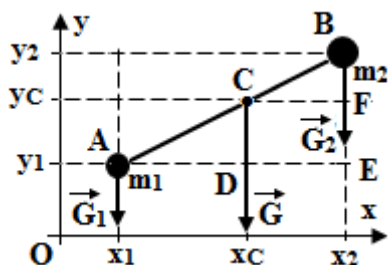
Centrul de greutate al unui solid omogen și simetric coincide cu centrul său de simetrie

Exemplu: Centrul de greutate al unui triunghi se află la intersecția medianelor.

Observație: Centrul de greutate nu trebuie să fie neapărat în interiorul corpului, el poate fi și în afara corpului, ca în cazul unui inel.

Determinarea centrului de greutate al unui sistem de două puncte materiale.

Ne propunem să determinăm coordonatele centrului de greutate $C(x_c, y_c)$ al unui corp, solid rigid. Pentru aceasta vom împărți corpul în două puncte materiale **A** și **B**, de mase m_1 și m_2 , de coordonate x_1 și y_1 , respectiv x_2 și y_2 raportate la un sistem arbitrar de axe perpendiculare xOy .



Condiția de echilibru la rotație, față de punctul **C**, este: $\vec{M}_1 + \vec{M}_2 = 0$

$$\Rightarrow M_1 - M_2 = 0 \Rightarrow M_1 = M_2 \Rightarrow b_1 \cdot G_1 = b_2 \cdot G_2 \Rightarrow \frac{b_1}{b_2} = \frac{G_2}{G_1} \quad (1)$$

unde b_1 -brațul forței $\vec{G}_1 \Rightarrow b_1 = DA$

b_2 -brațul forței $\vec{G}_2 \Rightarrow b_2 = DE$

Din asemănarea triunghiurilor ADC și CFB putem scrie:

$$\frac{x_C - x_1}{x_2 - x_C} = \frac{b_1}{b_2} \quad \text{și} \quad \frac{y_C - y_1}{y_2 - y_C} = \frac{b_1}{b_2}$$

$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} \frac{x_C - x_1}{x_2 - x_C} = \frac{G_1}{G_2} \quad \text{și} \quad \frac{y_C - y_1}{y_2 - y_C} = \frac{G_1}{G_2}$$

Din aceste relații obținem **coordonatele centrului de greutate** :

$$x_C = \frac{x_1 \cdot G_1 + x_2 \cdot G_2}{G_1 + G_2}$$

$$y_C = \frac{y_1 \cdot G_1 + y_2 \cdot G_2}{G_1 + G_2}$$

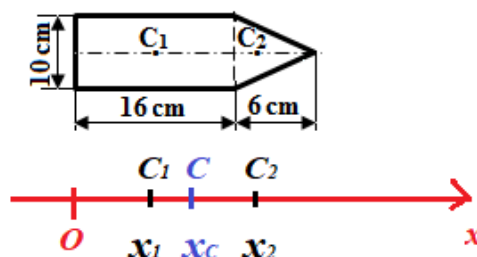
GENERALIZARE: Dacă sistemul este format din pentru n puncte materiale, coordonatele centrului de greutate sunt:

$$x_C = \frac{x_1 \cdot G_1 + x_2 \cdot G_2 + \dots + x_n \cdot G_n}{G_1 + G_2 + \dots + G_n}$$

$$y_C = \frac{y_1 \cdot G_1 + y_2 \cdot G_2 + \dots + y_n \cdot G_n}{G_1 + G_2 + \dots + G_n}$$

Problemă

Care este poziția centrului de greutate al plăcii omogene din figură, dacă greutatea porțiunilor de placă sunt proporționale cu suprafețele lor?



Rezolvare:

$$x_C = \frac{x_1 \cdot G_1 + x_2 \cdot G_2}{G_1 + G_2} \quad (2)$$

$$G_1 = m_1 \cdot g = \rho \cdot V_1 \cdot g = \rho \cdot S_1 \cdot h \cdot g, \text{ unde } S_1 = L \cdot i = 16\text{cm} \cdot 110\text{cm} = 160\text{cm}^2$$

$$G_1 = m_1 \cdot g = \rho \cdot V_1 \cdot g = \rho \cdot S_1 \cdot h \cdot g, \text{ unde } S_2 = \frac{b \cdot h_{\Delta}}{2} = \frac{10\text{cm} \cdot 6\text{cm}}{2} = 30\text{cm}^2, \text{ iar } h \text{ este grosimea plăci și } x_1 = OC_1 = \frac{16\text{cm}}{2} = 8\text{cm}$$

$$x_2 = OC_1 = L + \frac{1}{3} \cdot h_{\Delta} = 16\text{cm} + \frac{1}{3} \cdot 6\text{cm} = 18\text{cm}$$

$$\begin{aligned} \stackrel{(2)}{\Rightarrow} x_c &= \frac{x_1 \cdot \rho \cdot S_1 \cdot h \cdot g + x_2 \cdot \rho \cdot S_2 \cdot h \cdot g}{\rho \cdot S_1 \cdot h \cdot g + \rho \cdot S_2 \cdot h \cdot g} = \frac{x_1 \cdot S_1 + x_2 \cdot S_2}{S_1 + S_2} \\ &= \frac{8\text{cm} \cdot 160\text{cm}^2 + 18\text{cm} \cdot 30\text{cm}^2}{160\text{cm}^2 + 30\text{cm}^2} = \frac{1820\text{cm}^3}{190\text{cm}^2} \\ &= 9,57\text{cm} \end{aligned}$$

TEMĂ

1. De la capătul unei bare cilindrice s-a tăiat o porțiune $l=40\text{cm}$. Să se calculeze distanța cu care s-a deplasat centrul de greutate al porțiunii rămase față de centrul de greutate al barei întregi.

Răspuns: $d=20\text{cm}$

2. O bară cilindrică cu lungimea $l=30\text{cm}$, este făcută jumătate din oțel și jumătate din aluminiu. Densitatea oțelului este $\rho_1 = 7860 \text{ Kg/m}^3$, iar densitatea aluminiului $\rho_2 = 2700 \text{ Kg/m}^3$. Să se determine poziția centrului de greutate al barei.

Răspuns: $x_c=11,34\text{cm}$, față de extremitatea liberă a barei